Definition:

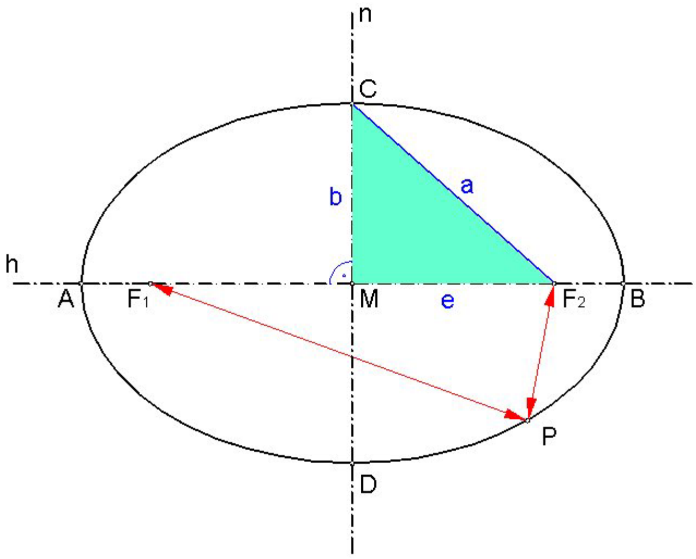
Eine Ellipse ist die Menge aller Punkte einer Ebene, deren Abstände von zwei festen Punkten F_1 und F_2 (Brennpunkte) in Summe konstant gleich 2a (Hauptachsenlänge) sind.

$$\boxed{ell = \left\{ X \in \pi \mid \overline{XF_1} + \overline{XF_2} = 2a \right\}}$$

Bezeichnungen:

M........... Mittelpunkt
A, B........ Hauptscheitel
C, D....... Nebenscheitel
F_1, F_2..... Brennpunkte
h............ Hauptachse
n............ Nebenachse
a............ halbe Hauptachsenlänge
b............ halbe Nebenachsenlänge
e............ lineare Exzentrizität
PF_i......... Brennstrecken
k_h........... Hauptscheitelkreis (Mittelpunkt M, Radius a)
k_n........... Nebenscheitelkreis (Mittelpunkt M, Radius b)
g_i............ Gegenpunktekreis (Mittelpunkt F_i, Radius 2a)
G_i .... Gegenpunkt

Es gilt: $\mathbf{a^2 - b^2 = e^2}$



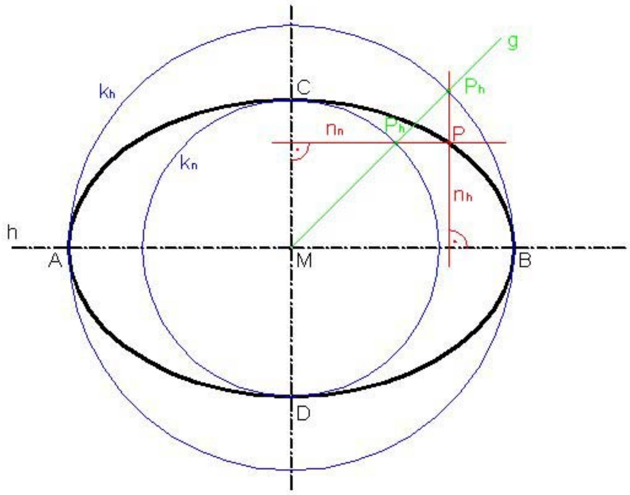
Wichtige Konstruktionen:

1.) Punktkonstruktion nach De La Hire

Von einer Ellipse seien die Hauptscheitel und die Brennpunkte gegeben.

Es soll nun ein weiterer Ellipsenpunkt konstruiert werden.

1. Man zeichnet Hauptscheitelkreis k_h und Nebenscheitelkreis k_n.
2. Man zeichnet eine beliebige Gerade g durch den Ellipsenmittelpunkt M! Die Schnittpunkte von g mit k_h und k_n heißen P_h bzw. P_n.
3. Durch P_h legt man die Normale n_h zur Hauptachse h und durch P_n legt man die Normale n_n zur Nebenachse n. Der Schnittpunkt P von n_h und n_n liegt dann auf der Ellipse.

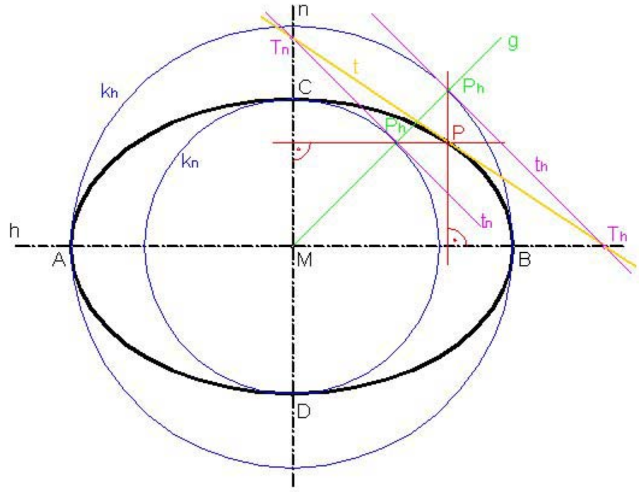


2.) Tangentenkonstruktion nach De La Hire

Von einer Ellipse seien die Hauptscheitel gegeben, weiters sei ein Punkt P nach De La Hire konstruiert.

Es soll nun im Punkt P die Tangente t an die Ellipse konstruiert werden.

1. Man konstruiert im Punkt P_h die Tangente an k_h, bzw. im Punkt P_n die Tangente t_n an k_n. Die Schnittpunkte von t_h und t_n mit h und n heißen T_h bzw. T_n.
2. Die Tangente t in P an die Ellipse geht durch T_h bzw. T_n.



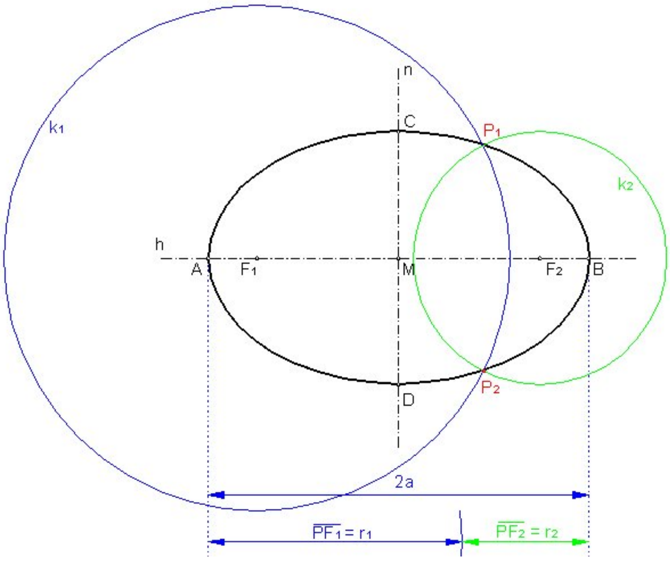
3.) Punktkonstruktion auf Grund der Brennpunktseigenschaften

Von einer Ellipse seien die Hauptscheitel und die Brennpunkte gegeben.

Es soll nun ein weiterer Ellipsenpunkt konstruiert werden.

1. Man zeichnet einen Kreis k_1 um F_1 mit Radius r_1 ($a < r_1 < a+e$).
2. Man zeichnet einen Kreis k_2 um F_2 mit Radius r_2 ($a < r_1 < a+e$).
3. Die Schnittpunkte P_1 und P_2 von k_1 und k_2 ligen dann auf der Ellipse.

Bem: Für $r_1 = a+e$ ergibt sich nur ein Schnittpunkt, nämlich den Hauptscheitel B.

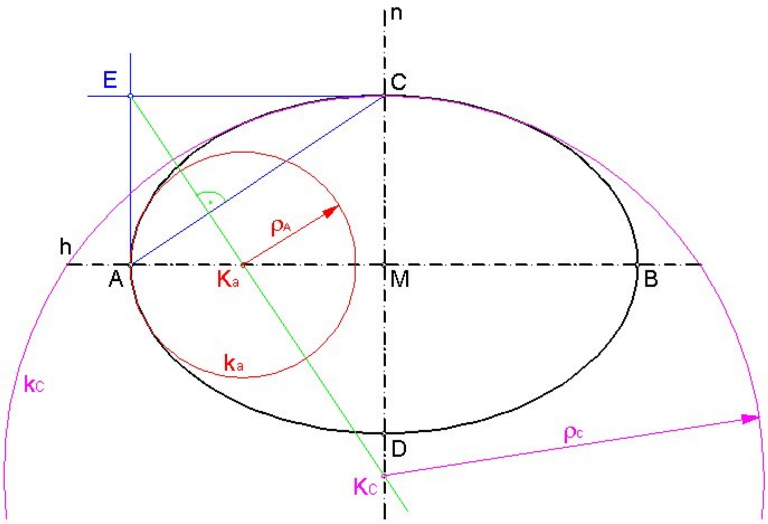


4.) Konstruktion der Scheitelkrümmungskreise

Von einer Ellipse seien die Haupt- und Nebenscheitel gegeben.

Es soll nun die Scheitelkrümmungskreise im Hauptscheitel A und im Nebenscheitel C konstruiert werden.

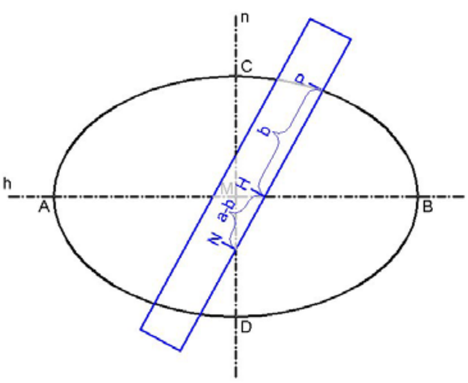
1. Man verbindet die Scheitel A und C und zeichnet die Parallelen zu h und n in C bzw. A, ihr Schnittpunkt heißt E.
2. Man zeichnet die Normale zu AC durch E.
3. Der Schnittpunkt K_A von der Normalen durch E und h ist der Mittelpunkt des Krümmungskreises k_A im Scheitel A. Für den Krümmungskreisradius ρ_A gilt: $\rho_A = b^2 / a$
4. Der Schnittpunkt K_C von der Normalen durch E und n ist der Mittelpunkt des Krümmungskreises k_C im Scheitel C. Für den Krümmungskreisradius ρ_C gilt: $\rho_C = a^2 / b$



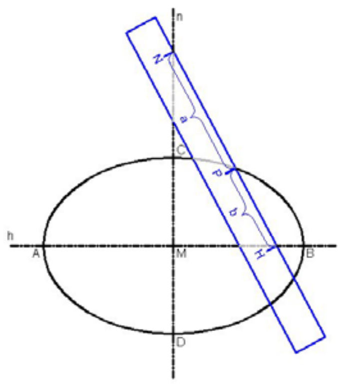
5.) Papierstreifenkonstruktion

Von einer Ellipse seien die Haupt- und Nebenscheitel gegeben.

Variante **a**



Variante **b**



Man markiert auf einem Papierstreifen Punkte N, H und P, mit den Abmessungen PN = a und PH = b, wobei H zwischen N und P liegt.

Man markiert auf einem Papierstreifen Punkte N, H und P, mit den Abmessungen NP = a und PH = b, wobei P zwischen H und N liegt.

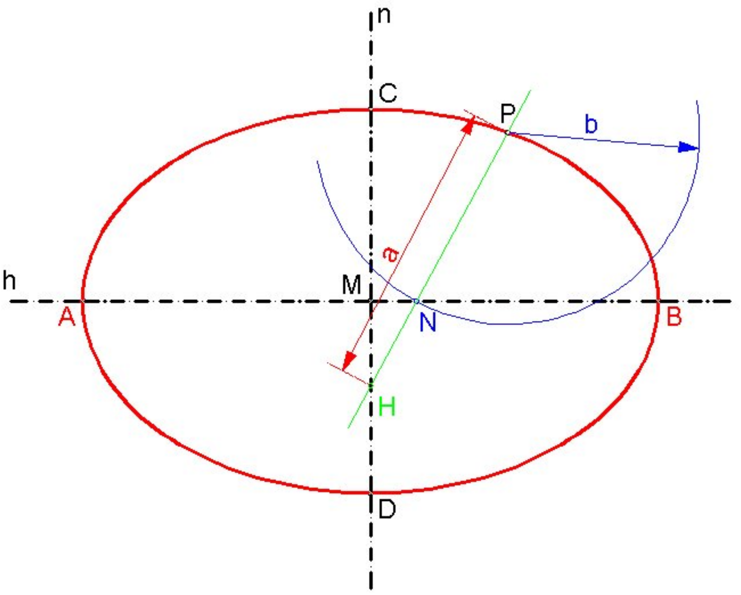
Wird der Papierstreifen nun so bewegt, dass der Punkt H stets auf h und der Punkt N stets auf n zu liegen kommen, dann wandert der Punkt P auf der Ellipse mit Hauptachsenlänge a und Nebenachsenlänge b.

6.) Umgekehrte Papierstreifenkonstrukion

Von einer Ellipse seien die Hauptscheitel A und B und ein weiterer Punkt P gegeben.

Die Nebenscheitel C und D sollen konstruiert werden.

1. Man zeichnet einen Kreis um P mit Radius a und schneidet diesen mit n, der Schnittpunkt heißt N.
2. Man zeichnet die Gerade PN und schneidet diese mit h, der Schnittpunkt heißt H.
3. Trägt man die Strecke PN = b von M aus auf n ab, so erhält man die Nebenscheitel C und D.



7.) Konstruktion der Tangente aus einem Punkt S auf der Nebenachse

Von einer Ellipse seien die Haupt- und Nebenscheitel und ein Punkt S auf der Nebenachse der Ellipse gegeben.

Die Tangenten aus S an die Ellipse sollen konstruiert werden.

1. Man zeichnet den Nebenscheitelkreis k_n und bestimmt die Tangenten t_1^* und t_2^* aus S an k_n.
2. Man zeichnte die Normalen n_1 und n_2 aus M auf t_1^* bzw. t_2^* und erhält als Schnittpunte mit k_n T_1^* bzw. T_2^*.
3. Man zeichnet den Hauptscheitelkreis k_h und konstruiert mit n_1 und n_2 mittels der Punktkonstruktion nach De la Hire die Ellipsenpunkte T_1 und T_2.
4. Die Verbindungsgeraden von S mit T_1 bzw. T_2 sind die gesuchten Tangenten t_1 und t_2.